GESTIÓN SUGERIDA PARA TALLER 3

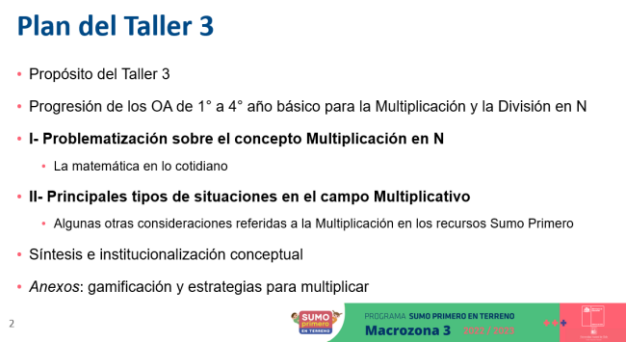
TRATAMIENTO Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

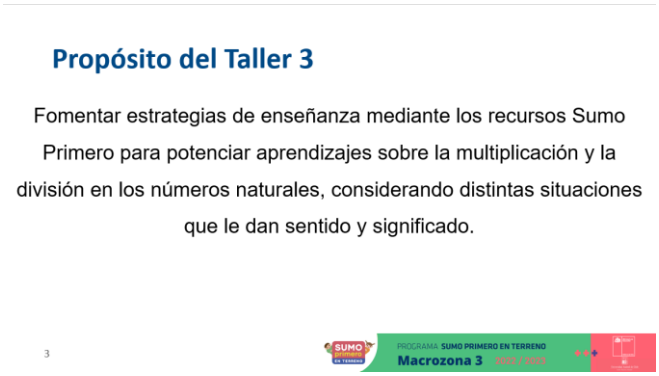
PARA ABORDAR LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

A continuación, se sugieren estrategias para gestionar la implementación del Taller 3 y se explican los conceptos claves que se abordan. Al momento de iniciar la implementación del Taller 3, poner en modo presentación para que se activen las animaciones que se tienen.

Tabla 1

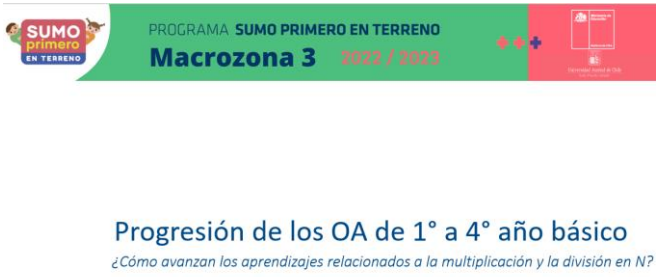
Sugerencias de gestión para la enseñanza de acuerdo con las páginas de la presentación en ppt del Taller 3 para ser implementado en 1 h 15 min aproximadamente.

Página de la presentación	Sugerencias de gestión para la enseñanza
	Dar la bienvenida a las/os docentes del Taller 3. Incentivar que ocupen el chat para indicar su nombre, establecimiento educacional y lugar desde donde conectan, mientras esperan algunos 3 min para empezar. Establecer unos pequeños diálogos, e incentivar el uso de la cámara para conocerse. Tomar registro de las/os asistentes.
	En el Plan del Taller 3, dar cuenta de su estructura, en especial, los dos grandes bloques destacado en negrita. Indicar que, a través de la plataforma Zoom, pueden levantar la mano virtual para participar oralmente, o bien, pueden ocupar el chat del Zoom para comentar o hacer preguntas durante la presentación.



Se indica el propósito del taller 3, en el que se da énfasis a las estrategias de enseñanza para potenciar aprendizajes sobre la multiplicación y la división en el sistema numérico de los números naturales (**N**).

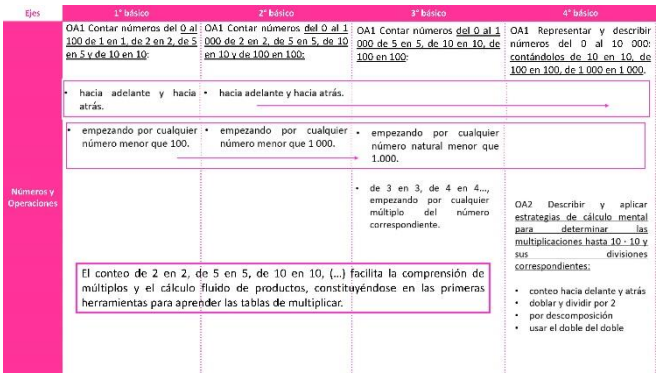
El análisis y reflexión conjunta será crucial para que el taller 3 pueda brindar distintas situaciones que le dan sentido y significado al campo multiplicativo.



En este apartado, se espera que los/as docentes puedan responder:

"¿Cómo avanzan los aprendizajes relacionados a la multiplicación y la división en N (sistema numérico de los números naturales)?"

Se pueden recoger algunas respuestas para luego entrar al detalle.



Ejes	1° básico	2° básico	3° básico	4° básico
Números y Operaciones	OA1 Contar números del 0 al 100 de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10:	OA1 Contar números del 0 al 1 000 de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100:	OA1 Contar números del 0 al 1 000 de 5 en 5, de 10 en 10, de 100 en 100:	OA1 Representar y describir números del 0 al 10 000: contándolos de 10 en 10, de 100 en 100, de 1 000 en 1 000.
	• hacia adelante y hacia atrás.	• hacia adelante y hacia atrás.		
	• empezando por cualquier número menor que 100.	• empezando por cualquier número menor que 1 000.	• empezando por cualquier número natural menor que 1.000.	
			• de 3 en 3, de 4 en 4..., empezando por cualquier múltiplo del número correspondiente.	OA2 Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para determinar las multiplicaciones hasta 10 · 10 y sus divisiones correspondientes: • conteo hacia delante y atrás • doblar y dividir por 2 • por descomposición • usar el doble del doble
	El conteo de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, (...) facilita la comprensión de múltiplos y el cálculo fluido de productos, constituyéndose en las primeras herramientas para aprender las tablas de multiplicar.			

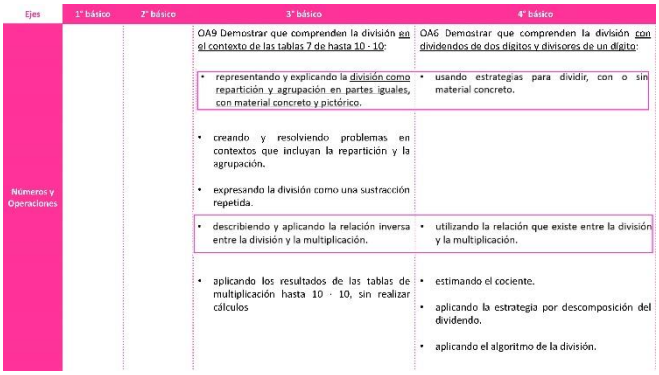
La progresión de los objetivos de aprendizaje en el eje temático "números y operaciones" se muestra desde 1° a 4° año básico vinculados a la multiplicación y la división en N.

Al mostrar la tabla, se les comparte cómo los objetivos de aprendizaje progresan, tomando en cuenta cómo varía el conteo en el ámbito numérico desde 1° a 4° año básico ("1 en 1, de 2 en 2, …, de 1000 en 1000"). Destacar cómo el conteo hacia adelante puede potenciar el aprendizaje de los múltiplos, por ejemplo, de 2 (en el conteo de 2 en 2) del 5 (en el conteo de 5 en 5), entre otros. Asimismo, el conteo hacia adelante puede ser una base para la multiplicación como suma iterada, o bien, el conteo hacia atrás puede ser una base para la división como resta iterada (que tienen resto igual a 0).

Ejes	1° básico	2° básico	3° básico	4° básico
Números y Operaciones		OA11 Demostrar que comprende la multiplicación:	OA8 Demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta el 10 de manera progresiva:	OA5 Demostrar que comprenden la multiplicación de números de tres dígitos por números de un dígito:
		• usando representaciones concretas y pictóricas.	• usando representaciones concretas y pictóricas.	• usando estrategias con o sin material concreto.
		• expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales.	• expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales.	
		• usando la distributividad como estrategia para construir las tablas del 2, del 5 y del 10.	• usando la distributividad como estrategia para construir las tablas hasta el 10.	• usando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
			• aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10 · 10, sin realizar cálculos.	• utilizando las tablas de multiplicación. • estimando productos.
		• resolviendo problemas que involucren las tablas del 2, del 5 y del 10.	• resolviendo problemas que involucren las tablas aprendidas hasta el 10.	• resolviendo problemas rutinarios. • aplicando el algoritmo de la multiplicación.

Se sigue mostrando la progresión de los objetivos de aprendizaje, con énfasis en que niñas y niños demuestran que comprenden la multiplicación desde 2° año básico.

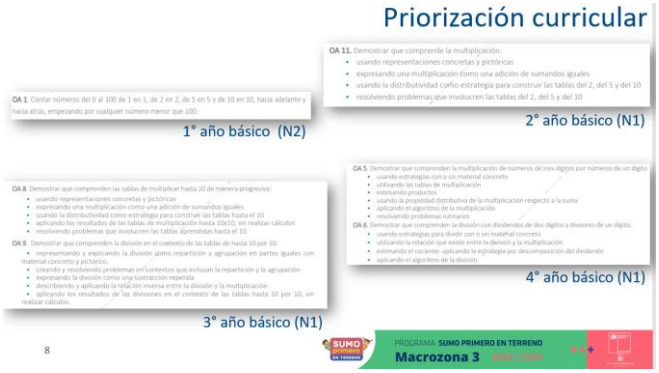
Notar que incluye, por ejemplo, usar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma como estrategias para construir algunas tablas de multiplicar y como estrategia de cálculo (ej., 5 x 13 = 5 x (10+3) = 50 +15 = 65.-)



Ejes	1° básico	2° básico	3° básico	4° básico
Números y Operaciones			OA9 Demostrar que comprenden la división en el contexto de las tablas 7 de hasta 10 - 10:	OA6 Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito:
			• representando y explicando la división como repartición y agrupación en partes iguales, con material concreto y pictórico.	• usando estrategias para dividir, con o sin material concreto.
			• creando y resolviendo problemas en contextos que incluyan la repartición y la agrupación.	
			• expresando la división como una sustracción repetida.	
			• describiendo y aplicando la relación inversa entre la división y la multiplicación.	• utilizando la relación que existe entre la división y la multiplicación.
			• aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10 · 10, sin realizar cálculos	• estimando el cociente.
				• aplicando la estrategia por descomposición del dividendo.
				• aplicando el algoritmo de la división.

Se sigue mostrando la progresión de los objetivos de aprendizaje, con énfasis en que niñas y niños comprendan la división en el contexto de N.

También se incluye la multiplicación como operación inversa de la división con resto 0. En tanto, la división porta dos formas de concebirse, por un lado, como repartición equitativa o como agrupación.



La pandemia ha provocado la necesidad de realizar una priorización de los objetivos de aprendizaje. En ese sentido, se destacan los OA del nivel 2 para 1° y los OA del nivel 1 de 2°, 3° y 4° año básico, los cuales serán abordados en este taller y que, como se puede observar, permanece la progresión analizada anteriormente.

Notar que, para 1° año básico, puede que el OA1 no se haya tratado el año anterior para el caso de 2° año básico actual, ante lo cual se hace necesario abordarlo como una mediación para iniciar la enseñanza de la multiplicación.

En este apartado, se espera que los/as docentes puedan responder:

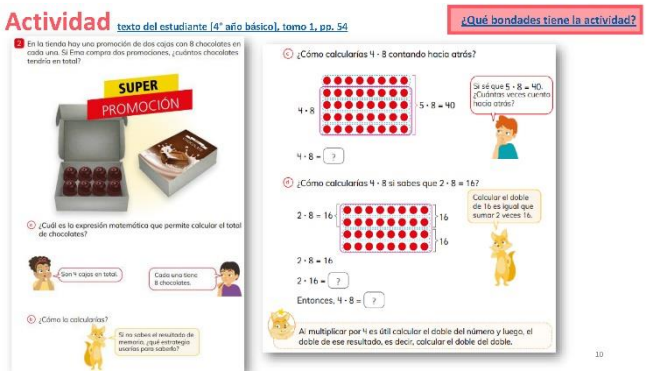
"¿Qué se requiere para aprender el concepto Multiplicar en los números naturales?"

Se puede dar la palabra a dos docentes para que puedan relatar brevemente alguna idea o reflexión sobre la pregunta.

En adelante, se fomenta concebir un concepto matemático como una tripleta que involucra un conjunto de situaciones que le da sentido al concepto que porta un significado (objeto matemático) y significantes (representaciones del objeto matemático).

En este apartado, se espera que los/as docentes revisitar el Pre Taller con el fin de enlazar y centrar la importancia del conocimiento y estrategias matemáticas, representaciones y dificultades propias de este Pre Taller con el Taller 3

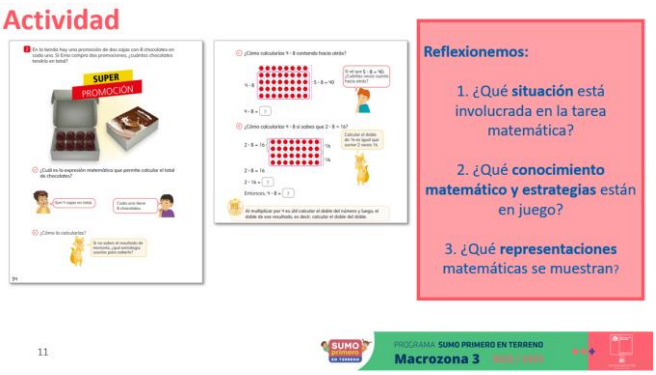
Es esperable que puedan escribir en el chat sus respuestas y se pueden leer algunas para, precisamente, motivar la participación en este taller.



Las imágenes corresponden a una actividad del Texto del Estudiante para 4° año básico, y a los/as docentes para que la exploren, se les pregunta:

"¿Qué bondades tiene la actividad?"

Es esperable que puedan escribir en el chat sus respuestas y se pueden leer algunas para, precisamente, motivar el rescate de cómo las representaciones son mediadores para obtener el producto entre 4 y 8; contando hacia atrás desde el producto de 5 y 8), o bien, duplicando el producto entre 2 y 8. Esto corresponde a la cantidad de chocolates de 4 cajas, dado que Ema compra dos promociones (cada promoción tiene 2 cajas).

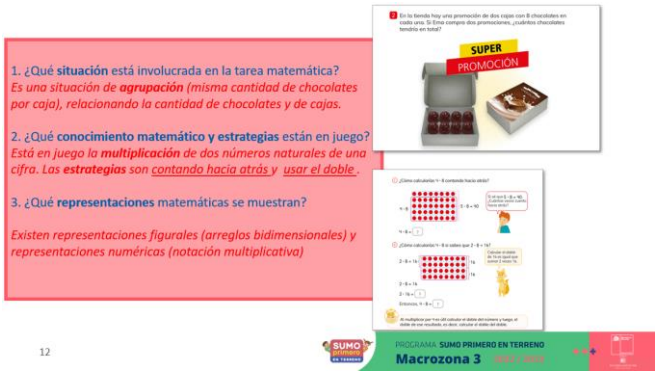


Se profundiza en el análisis de la actividad, a través de tres preguntas:

1. ¿Qué <u>situación</u> está involucrada en la tarea matemática?
2. ¿Qué <u>conocimiento matemático y estrategias</u> están en juego?
3. ¿Qué <u>representaciones matemáticas</u> se muestran?

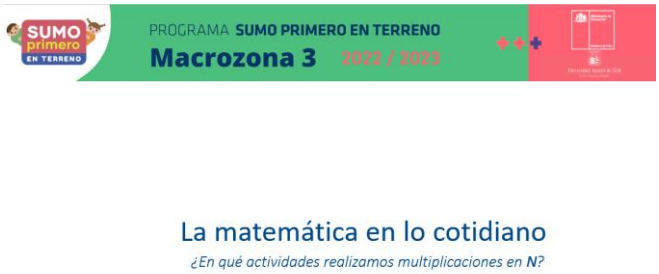
La intención de las preguntas es rescatar la pregunta inicial de la sección, esto es, *"¿Qué se requiere para aprender el concepto Multiplicar en los números naturales?"*

Dar un espacio breve para compartir algunas respuestas y reflexionar en torno a ello.



Se van precisando las respuestas a las preguntas anteriormente planteadas.

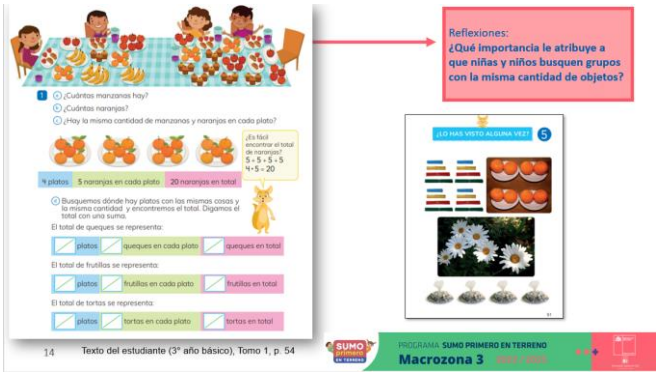
1. La situación corresponde a una en que, dada la agrupación de una cantidad de chocolates en cada caja, se pregunta por el total de chocolates de cuatro cajas (equivalente a dos promociones).
2. El conocimiento matemático específico involucrado es la multiplicación de dos números naturales de una cifra. Las estrategias involucradas son el "contando hacia atrás" y usar el doble.
3. Las representaciones matemáticas son de varios tipos. Las representaciones figurales son arreglos bidimensionales (forma rectangular). También, hay representaciones numéricas en las que se usa la notación que corresponde a la multiplicación.



En este apartado, se espera que los/as docentes puedan responder:

"¿En qué actividades realizamos multiplicaciones en N?"

Se puede dar la palabra a otros dos docentes para que puedan relatar brevemente alguna idea o reflexión sobre la pregunta.



En 3° año básico se tiene esta actividad que muestra una situación, posiblemente, cotidiana en una convivencia. Niñas y niños en una mesa, tienen platos con diversos alimentos y distintas cantidades:

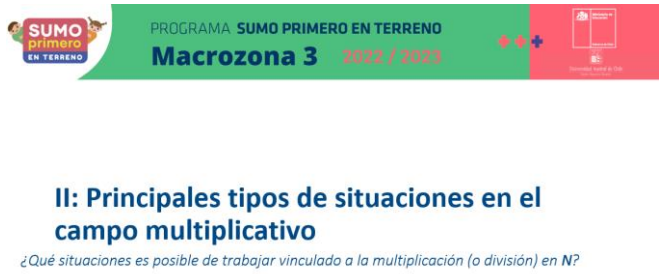
"¿Qué importancia le atribuye que niñas y niños busquen grupos con la misma cantidad de objetos?"

En la actividad, al preguntar: *¿cuántas manzanas hay?* Los y las estudiantes verán que los platos que contienen manzanas no tienen la misma cantidad, a diferencia de los platos que contienen naranjas, en los que cada plato tiene 5 naranjas, y que se relaciona a la pregunta *¿cuántas naranjas [hay]?*

Notar que no siempre las agrupaciones de elementos permiten relacionarlas al concepto de multiplicación en N, ya que no siempre las agrupaciones tienen la misma cantidad de elementos (por ejemplo, los pétalos de las flores, la cantidad de piedritas decorativas en bolsas, entre otros).

Un concepto ***C*** consiste de una terna ***(S, I, R)*** donde ***[S]*** es el conjunto de situaciones a las que el estudiante se enfrenta y da sentido al concepto por sus experiencias vividas; ***[I]*** es el conjunto de invariantes que son los objetos matemáticos, propiedades y sus relaciones, los cuales se traducen en reglas de aplicación en ciertos dominios, ***[R]*** es el conjunto de representaciones del concepto (p. e., lenguaje natural, gráficas, tablas, diseños, sentencias, entre otros); que forman el bagaje que el estudiante usa para enfrentar las situaciones del concepto.

Por ello, al enseñar algún concepto matemático ***C*** debe tomarse en cuenta las situaciones ***[S]*** que dan sentido al objeto matemático ***[I]*** y sus representaciones ***[R]***. Se ejemplifica esto con la situación de agrupar (la cantidad de naranjas en los platos que tienen, cada uno, 5 naranjas).



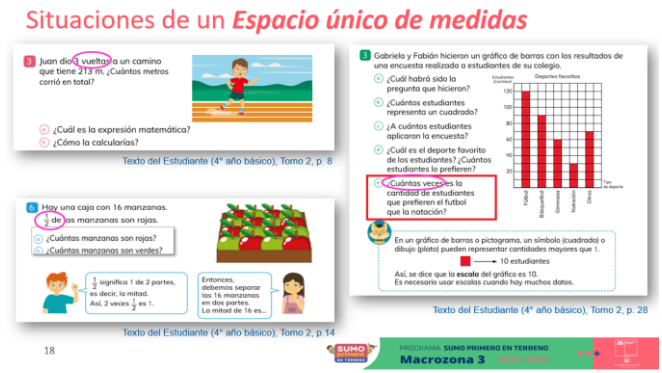
A continuación, se caracterizarán los tipos de situaciones en el campo multiplicativo. En ese sentido, se les pregunta a los/as docentes:

"¿Qué situaciones es posible de trabajar vinculado a la multiplicación (o división) en N (los números naturales)?"

Se pueden rescatar unas dos respuestas orales para contrastar luego con los tipos de situaciones que se presentan.

Las situaciones de un Espacio Único de medidas, entablan una relación entre dos cantidades mediante un operador escalar (sin medida). Por ejemplo, en los problemas se suelen usar términos como doble/mitad, triple/tercio, entre otros.

Se muestra una situación en el que está en juego la cantidad de lápices de Boris y Colomba. Luego, se da un tiempo breve a los y las docentes para que respondan: "¿Cómo cambia la situación si la incógnita es uno de los factores?" Luego, se contrastan las respuestas con las situaciones sugeridas.



Se muestran distintas actividades en que se destacan algunos términos claves, referido a las situaciones de un espacio único de medidas.

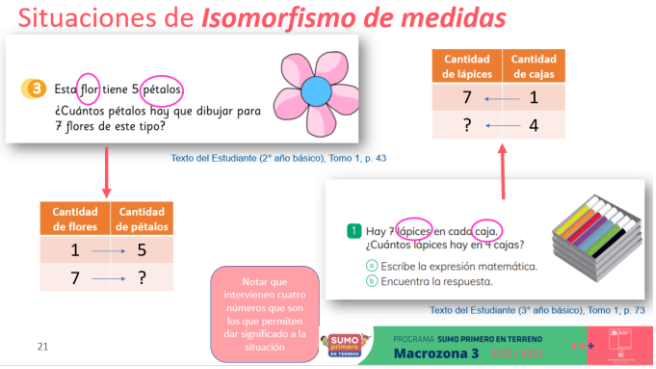
Notar que la última actividad permite conectar el campo multiplicativo a la interpretación estadística de los datos graficados.

Se espera que los/as docentes que trabajan en 1°, 2°, 3° y 4° puedan ejemplificar con situaciones de un Espacio Único de medidas para dichos niveles educativos, respectivamente; considerando en ello el ámbito numérico.

Tomar un ejemplo por nivel y copiarlo en el *post it* que se simula en el espacio amarillo. Esto permitirá discutir los diversos contextos que pueden estar involucrados y, a pesar de ser situaciones distintas, son del mismo tipo.

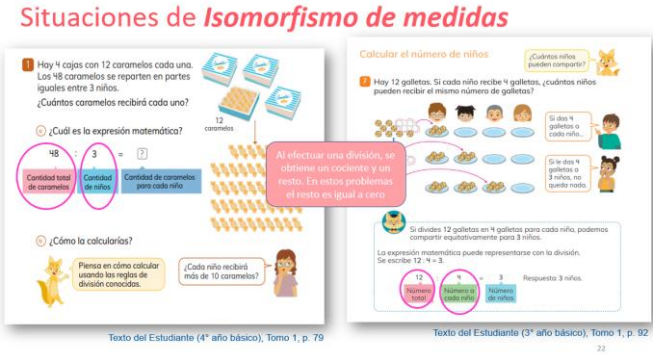
Las situaciones de un Isomorfismo de medidas, corresponden a una proporción entre dos espacios de medida. Por ejemplo, en los problemas siempre se tiene dos espacios de medidas relacionados, en la situación está en juego la cantidad de galletas y la cantidad de compañeros.

Luego, se da un tiempo breve a los y las docentes para que respondan: "¿Cómo cambia la situación si la incógnita es uno de los factores?" Luego, se contrastan las respuestas con las situaciones sugeridas.



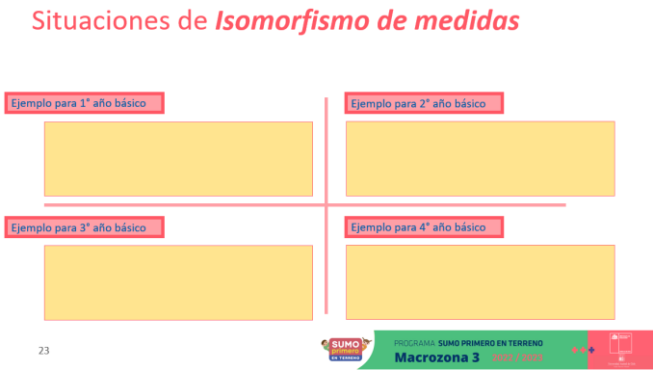
Se muestran distintas actividades en que se destacan algunos términos claves, referido a los espacios de medidas relacionados en una proporción, tal como lo muestran las tablas para cada caso.

Notar que intervienen cuatro números que son los que permiten dar significado a la situación, en los que uno de estos es la incógnita (lo que se busca).



Se muestran otras actividades de Isomorfismo de medidas vinculadas a la división.

Notar que la división entre dos números naturales produce un cociente y un resto, este último puede ser 0 (división exacta).



Se espera que los/as docentes que trabajan en 1°, 2°, 3° y 4° puedan ejemplificar con situaciones de Isomorfismo de medidas para dichos niveles educativos, respectivamente; considerando en ello el ámbito numérico.

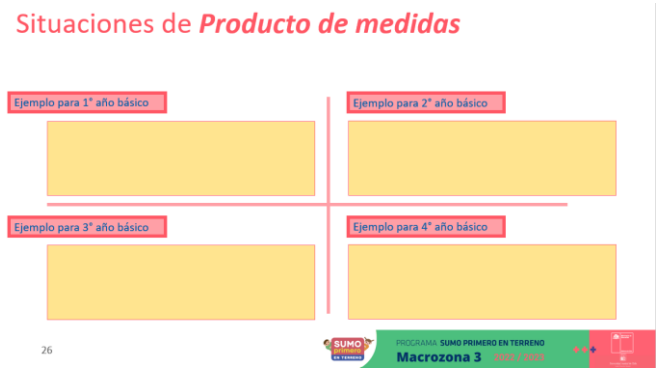
Tomar un ejemplo por nivel y copiarlo en el *post it* que se simula en el espacio amarillo. Esto permitirá discutir los diversos contextos que pueden estar involucrados y, a pesar de ser situaciones distintas, son del mismo tipo.

Las situaciones de Producto de medidas, consisten en una composición de dos o más espacios de medidas para conformar otro espacio de medida. Por ejemplo, en la situación, la composición entre el espacio de medida “platos principales” y “postres”, se conforma un tercer espacio de medida que es el conjunto de menús diferentes (que es un plato principal entre tres, además de un postre entre ocho).

Luego, se da un tiempo breve a los y las docentes para que respondan: “¿Cómo cambia la situación si la incógnita es uno de los factores?” Luego, se contrastan las respuestas con las situaciones sugeridas.

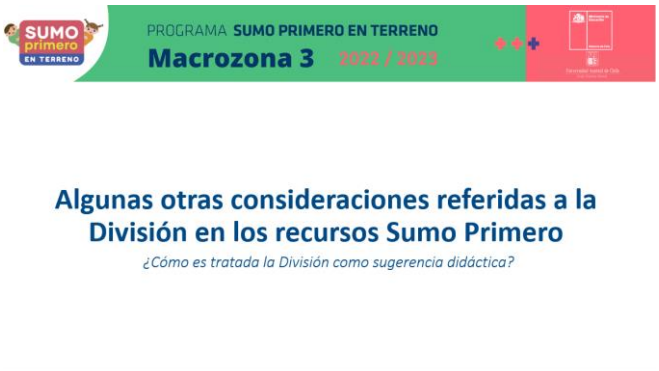
Se muestra una situación que remite a las combinaciones posibles para tomar helado, en las que se pone en juego el sabor del helado (leche, mora y chocolate) y el soporte del helado (cono o envase).

Notar que este tipo de situaciones pueden ayudar a desarrollar el pensamiento probabilístico, en relación a las posibilidades que se obtienen, las que son claves para obtener la probabilidad clásica, bajo el modelo laplaciano (número de casos favorables dividido por el número de casos posibles).



Se espera que los/as docentes que trabajan en 1°, 2°, 3° y 4° puedan ejemplificar con situaciones de Producto de medidas para dichos niveles educativos, respectivamente; considerando en ello el ámbito numérico.

Tomar un ejemplo por nivel y copiarlo en el *post it* que se simula en el espacio amarillo. Esto permitirá discutir los diversos contextos que pueden estar involucrados y, a pesar de ser situaciones distintas, son del mismo tipo.

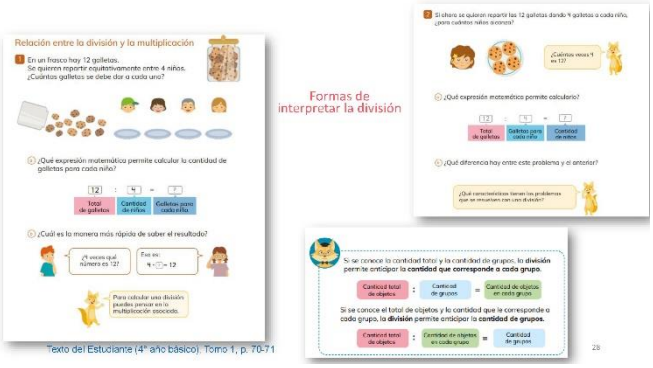


En esta sección se precisa algunas maneras de tratar la División como sugerencia didáctica.

La idea de esta sección es responder a la pregunta planteada:

“¿Cómo es tratada la División como sugerencia didáctica?”

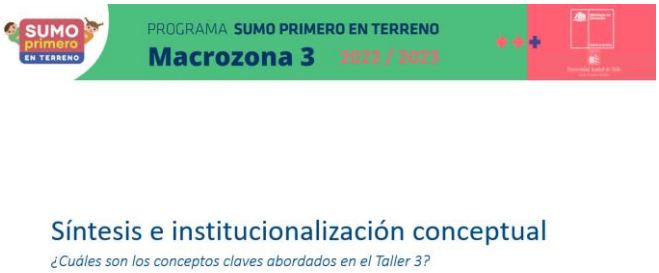
Se pueden rescatar unas dos respuestas orales para contrastar luego con los ejemplos que se presentan a continuación.



La división puede dar como cociente la cantidad que corresponde a cada grupo, o bien, la cantidad de grupos; lo cual depende de la situación.

En los ejemplos:

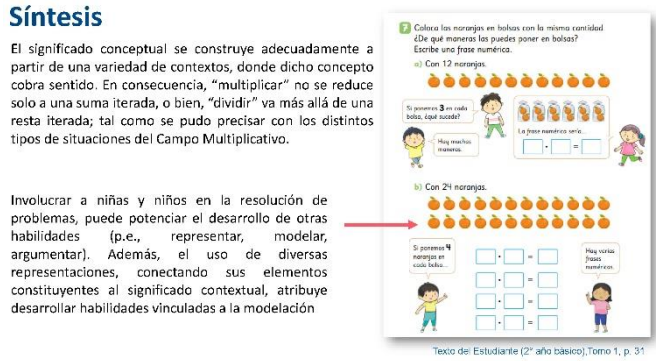
- Si las 12 galletas es repartida equitativamente entre 4 niños, entonces cada niño recibiría 3 galletas (y no sobraría ninguna galleta).
- Si 12 galletas son repartidas de modo que cada niño reciba 4 galletas, entonces alcanzaría para 3 niños (y no sobraría ninguna galleta).



Al cierre del Taller 3, a los/as docentes se les puede preguntar:

"¿Cuáles son los conceptos claves abordados en el Taller 3?"

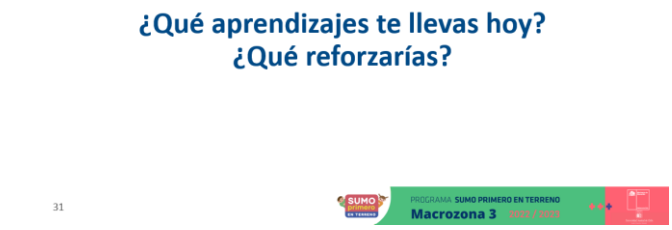
Pueden emerger variadas ideas que pueden rescatarse a partir de lo que escriban en el chat de Zoom u oralmente. Dar unos pocos minutos para ello.



En síntesis, se espera que los/as docentes puedan asociar el tratamiento de algún concepto matemático a una triada que involucra una situación, un significado matemático (objetos matemáticos) y sus significantes (representaciones), en esta ocasión, está todo el taller 3 referido al campo multiplicativo que involucra el concepto Multiplicación y División en N.

En el ejemplo, queda de manifiesto un contexto que le da sentido a la situación y al conocimiento matemático conjuntamente a sus representaciones involucradas.

Asimismo, en la resolución de problemas se observa cómo el uso de las representaciones auxilia el trabajo matemático vinculado a la modelación.



Esta pregunta permite evaluar el taller, en virtud de lo que los/as docentes manifiesten, ante lo cual deben hacer una revisión de los aprendizajes que pudieron desarrollar y lo que reforzaría a partir de esta instancia formativa.

TRATAMIENTO Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA PARA ABORDAR LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

EL CAMPO MULTIPLICATIVO DE LOS NÚMEROS NATURALES

GRACIAS

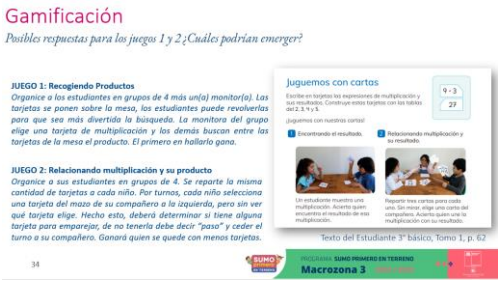
Agradecer a los/as docentes, y mostrar las actividades del post Taller y la encuesta de satisfacción docente en CANVAS.

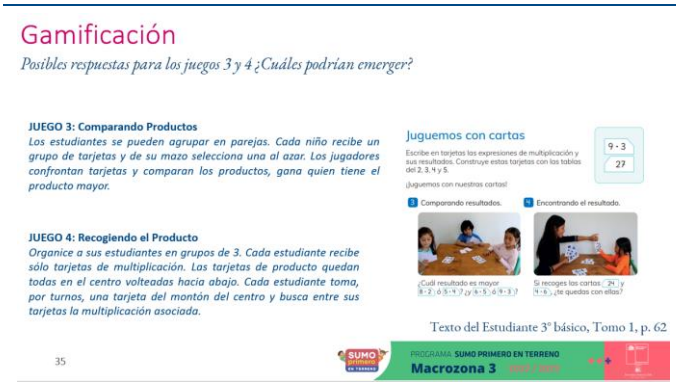
Cerrar el taller con la entrega del formulario de Evaluación del Taller 3 dispuesto en CANVAS también.

Verificar asistencia de los/as docentes.

Existe una sección de ANEXOS, en el que se abordan algunos juegos (Gamificación) y se revisan algunas estrategias de multiplicación.

ANEXOS





Estrategias para multiplicar

¿Cuáles son las que ocupan con más frecuencia?

Estrategias de Cálculo
desde 3° año básico

[Programa de Estudio de la asignatura Matemática para 3° año básico, p. 170]

ESTRATEGIA "MULTIPLICAR DOBLANDO Y DIVIDIENDO POR 2"	Ejemplo: $25 \cdot 8 = 50 \cdot 4 = 200$ En una multiplicación de dos factores, uno de ellos se dobla y el otro se reduce a la mitad.
ESTRATEGIA "USAR REPETIDAMENTE DOBLES Y MITADES"	Ejemplo: $25 \cdot 8 = 50 \cdot 4 = 100 \cdot 2 = 200$ En una multiplicación de dos factores, uno de ellos se dobla más de una vez y el otro se reduce a la mitad más de una vez.

37

PROGRAMA SUMO PRIMERO EN TERRENO
Macrozona 3

Estrategias de Cálculo
desde 3° año básico

[Programa de Estudio de la asignatura Matemática para 3° año básico, p. 171]

ESTRATEGIA "DESCOMPONER EN FACTORES"	Ejemplo: $8 \cdot 75 = 2 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 3 = 2 \cdot 100 \cdot 3 = 200 \cdot 3 = 600$ En una multiplicación de dos factores, ambos se factorizan.
ESTRATEGIA "AGREGAR CEROS CUANDO LOS FACTORES SON MÚLTIPLOS DE 10"	Ejemplo: $70 \cdot 90 = (7 \cdot 9) \cdot 10 \cdot 10 = 6\,300$ En una multiplicación de dos factores, en que uno de ellos o ambos son múltiplos de 10, se multiplican los números que quedan, sin considerar los ceros, y posteriormente se agregan.

38

PROGRAMA SUMO PRIMERO EN TERRENO
Macrozona 3

Estrategias de Cálculo
desde 3° año básico

[Programa de Estudio de la asignatura Matemática para 4° año básico, p. 153]

ESTRATEGIA "DESCOMPONER Y USAR LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA"	Ejemplo 1: $92 \cdot 7 = (90 + 2) \cdot 7 = 90 \cdot 7 + 90 \cdot 2 = 630 + 14 = 644$ En una multiplicación de dos factores, uno de ellos se descompone en dos sumandos y posteriormente se aplica la propiedad distributiva. Ejemplo 2: $7 \cdot 4 = (3 + 4) \cdot 4$ $= 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4$
OPERACIONES INVERSAS ENTRE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN	Ejemplo: $7 \cdot 5 = 35$ y $35 : 5 = 7$

39

PROGRAMA SUMO PRIMERO EN TERRENO
Macrozona 3